

Simulasi Numerik Model Arus Lalu Lintas dengan Pengaruh Kepadatan Kendaraan dan Kondisi Jalan

Nashrul Millah^{1,*}

¹ Departemen Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Airlangga

*Corresponding author: nashrul.millah@fst.unair.ac.id

Abstract. Traffic jams are common in developing countries. This is generally caused by traffic density, road conditions, and the driver's personality. This phenomenon can be simulated using a mathematical model, allowing it to be seen how these factors affect traffic conditions. The goal of this study is to simulate the effect of traffic density and road conditions using the Lighthill-Whitham-Richard (LWR) model. This model is used to describe macroscopic traffic flow conditions, which are affected by traffic density and speed. The Greenshield model with the influence of road condition parameters added is used for the speed. In numerical solutions, the Upwind method is used to evaluate midpoint values. The simulation results demonstrate the model's ability to describe traffic conditions that are affected by traffic density and road conditions. The level of traffic density is inversely proportional to road conditions and traffic speed.

Keywords: *Greenshield, LWR, mathematical model, traffic, Upwind*

1 Pendahuluan

Kemacetan merupakan salah satu masalah yang terjadi di negara-negara berkembang, termasuk Indonesia. Kemacetan berkaitan erat dengan kondisi arus lalu lintas di suatu jalan. Banyak model matematika yang telah dikembangkan untuk menggambarkan kondisi arus lalu lintas [1]-[3]. Model tersebut umumnya bersifat mikroskopik, yaitu memandang kendaraan secara individu. Cara lain yang lebih mudah adalah dengan memandangnya secara makroskopik [4]-[6]. Model yang umum digunakan adalah model Lighthill-Whitham-Richard (LWR) [7]-[9]. Pada model ini, pergerakan kepadatan kendaraan dianggap menyerupai sebuah aliran yang berjalan dengan kecepatan tertentu. Kecepatan lalu lintas dipengaruhi oleh tingkat kepadatan lalu lintas [10], karakter pengemudi [11], dan kondisi jalan. Kondisi jalan dapat berupa bentuk jalan [12] maupun tingkat kerusakan jalan. Salah satu model yang bisa digunakan untuk menyatakan kecepatan arus lalu lintas adalah model Greenshield [13], [14]. Model Greenshield mengasumsikan kecepatan dipengaruhi oleh tingkat kepadatan lalu lintas. Pada kenyataannya, kondisi jalan juga memberikan dampak yang signifikan terhadap kecepatan lalu lintas. Hal ini disebabkan karena pengemudi akan cenderung menurunkan kecepatannya saat melalui jalanan dengan kondisi kurang baik atau rusak. Penelitian ini menggunakan model LWR dengan memodifikasi komponen kecepatan Greenshield,

dimana kecepatan maksimum kendaraan diasumsikan bergantung pada kondisi jalan yang dilalui. Pendekatan numerik dengan metode *upwind* digunakan untuk menentukan tingkat kepadatan dan kecepatan lalu lintas di setiap satuan waktu. Selanjutnya, simulasi dilakukan untuk melihat pengaruh kepadatan lalu lintas dan kondisi jalan terhadap kondisi lalu lintas.

2 Model Arus Lalu Lintas

Pergerakan kendaraan pada suatu ruas jalan dapat dipandang secara makroskopik sebagai suatu aliran fluida. Dimana kendaraan diasumsikan sebagai partikel pada aliran tersebut yang bergerak dengan kepadatan tertentu menyusuri ruas jalan x sepanjang waktu t . Misalkan n menyatakan kepadatan lalu lintas (unit/km), yaitu banyaknya kendaraan pada tiap ruas jalan di waktu tertentu, dan f adalah *flux* (unit/jam), yaitu banyaknya kendaraan yang melewati ruas jalan tertentu di setiap satuan waktu, hubungan *flux* dengan kepadatan lalu lintas dapat dinyatakan sebagai [14]

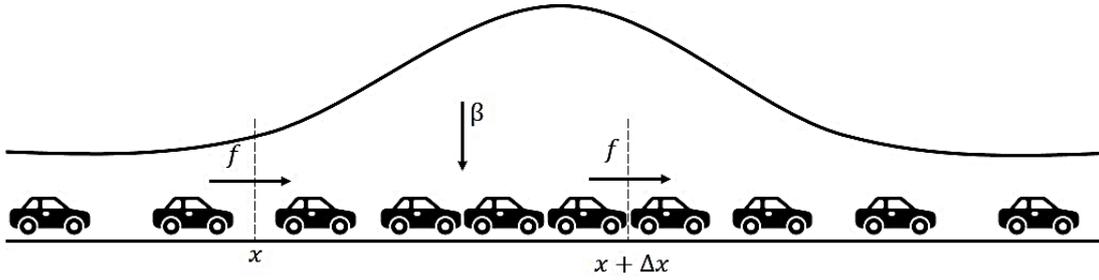
$$f = v \times n$$

dengan v adalah rata-rata laju kendaraan (km/jam).

Laju kendaraan umumnya dipengaruhi oleh karakter pengemudi, tingkat kepadatan lalu lintas, dan kondisi jalan. Rata-rata laju kendaraan yang melintas pada suatu ruas jalan dapat dianggap sebagai kecepatan lalu lintas pada jalan tersebut. Pada model ini kecepatan lalu lintas memodifikasi model Greenshield [15], di mana kecepatan lalu lintas sebanding dengan kepadatan lalu lintas dan kecepatan maksimum dipengaruhi oleh kondisi jalan, sebagai berikut.

$$v(n) = \alpha(x)v_m \left(1 - \frac{n}{n_m}\right) \quad (1)$$

dengan $0 < \alpha(x) \leq 1$ konstanta yang merepresentasikan kondisi jalan di setiap ruas jalan x , v_m adalah laju kendaraan maksimum (km/jam) dan n_m adalah kepadatan lalu lintas maksimum (unit/km). Model di atas cukup rasional, di mana ketika jalanan sepi, kendaraan akan cenderung melaju lebih cepat. Meski demikian, jika kondisi jalan tidak baik atau rusak ($\alpha < 1$), maka kendaraan tidak akan bisa mencapai kecepatan maksimumnya. Sebaliknya, semakin padat suatu ruas jalan, maka kecepatan kendaraan semakin berkurang. Saat kepadatan jalan mencapai nilai maksimum, maka kendaraan akan berhenti ($v = 0$).



Gambar 1 Ilustrasi volume kontrol $[x, x + \Delta x]$ dengan hubungan keluar-masuk

Ilustrasi kepadatan lalu lintas yang bergerak satu arah, misalkan arah x , pada ruas jalan $[x, x + \Delta x]$ ditunjukkan pada Gambar 1. Kurva pada gambar tersebut menunjukkan tingkat kepadatan lalu lintas. Pada selang waktu Δt , jumlah kendaraan pada ruas jalan tersebut mengalami perubahan dari $n(x, t)\Delta x$ menjadi $n(x, t + \Delta t)\Delta x$. Hal ini terjadi akibat adanya kendaraan yang masuk melalui batas x dengan *flux* $f(x, t)\Delta t$ dan keluar dari $x + \Delta x$ dengan *flux* $f(x + \Delta x, t)\Delta t$. Di samping itu, terdapat kendaraan yang keluar atau masuk dengan laju β (kendaraan/km.jam). Dengan menggabungkan kondisi yang telah diuraikan tersebut diperoleh hubungan keluar-masuk berikut.

$$n(x, t + \Delta t)\Delta x - n(x, t)\Delta x = f(x, t)\Delta t - f(x + \Delta x, t)\Delta t + \beta\Delta x\Delta t$$

atau

$$\frac{n(x, t + \Delta t) - n(x, t)}{\Delta t} + \frac{f(x + \Delta x, t) - f(x, t)}{\Delta x} = \beta.$$

Untuk $\Delta t \rightarrow 0$ dan $\Delta x \rightarrow 0$, diperoleh

$$\partial_t n + \partial_x f(n) = \beta. \quad (2)$$

Jika tidak ada kendaraan yang masuk atau keluar, maka persamaan (2) dapat ditulis dalam bentuk persamaan LWR homogen [8],[9] berikut

$$\partial_t n + \partial_x f(n) = 0. \quad (3)$$

Berdasarkan persamaan (1) dan (3), diperoleh **model arus lalu lintas** dengan pengaruh kepadatan lalu lintas dan kondisi jalan

$$\partial_t n + \partial_x f(n) = 0, f(n) = n\alpha(x)v_m \left(1 - \frac{n}{n_m}\right). \quad (4)$$

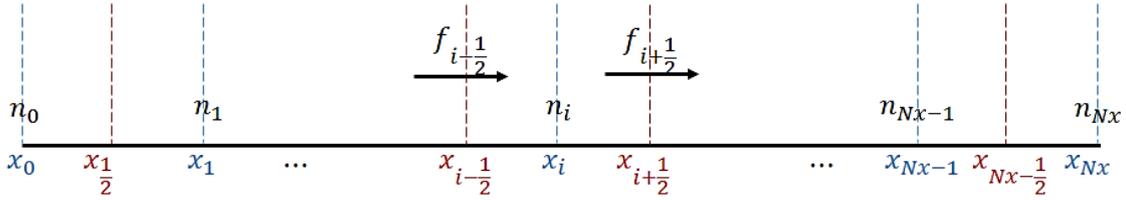
3 Solusi Numerik Model Arus Lalu Lintas

Model arus lalu lintas dapat diselesaikan secara numerik menggunakan Metode Volume Hingga (MVH). Suatu MVH didasarkan pada pemecahan domain ruang menjadi banyak sel seperti diilustrasikan pada Gambar 2. Misalkan formulasi diskrit dari persamaan (4) didefinisikan pada domain $[0, X]$. Domain tersebut dipartisi menjadi N sel tengahan dengan lebar Δx , yaitu: $x_{\frac{1}{2}} = 0, x_{\frac{3}{2}} = \Delta x, \dots, x_{i+\frac{1}{2}} = i\Delta x, \dots, x_{N+\frac{1}{2}} = N\Delta x = X$. Untuk sel

$C_i = \left[x_{i-\frac{1}{2}}, x_{i+\frac{1}{2}} \right]$, nilai n dinyatakan sebagai

$$n_i^{j+1} = n_i^j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(F_{i+\frac{1}{2}}^j - F_{i-\frac{1}{2}}^j \right). \quad (5)$$

Persamaan (5) menunjukkan bahwa kepadatan lalu lintas pada waktu t_{j+1} dipengaruhi oleh kepadatan pada waktu t_j dan *flux* yang masuk melalui batas kiri $x_{i-\frac{1}{2}}$ dan keluar melalui batas kanan $x_{i+\frac{1}{2}}$. *Flux* pada persamaan (5) didefinisikan pada sel tengah sehingga memerlukan pendekatan numerik tertentu untuk menghitung nilainya. Metode yang bisa digunakan diantaranya adalah metode *upwind*.



Gambar 2 Diskritisasi domain

Metode *upwind* mengevaluasi nilai *flux* $F_{i+\frac{1}{2}}$ berdasarkan tanda dari laju sinyal di sel tengah $x_{i+\frac{1}{2}}$ yang didekati dengan nilai $\bar{f}' = \frac{1}{2} (f'_i + f'_{i+1})$. Berdasarkan metode *upwind*, nilai *flux* dapat dihitung menggunakan formula berikut.

$$F_{i+\frac{1}{2}}^j = \begin{cases} f_i^j & \text{jika } \bar{f}' > 0 \\ f_{i+1}^j & \text{jika } \bar{f}' < 0 \end{cases} \quad (6)$$

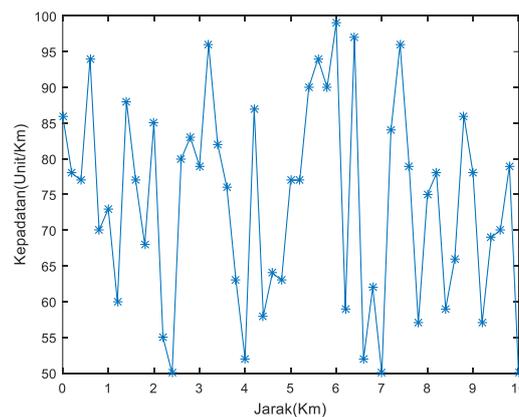
Berdasarkan persamaan (6), dapat kita simpulkan bahwa jika laju sinyal di sel tengah $x_{i+\frac{1}{2}}$ bernilai positif maka sinyal berjalan dari kiri ke kanan, sehingga nilai $F_{i+\frac{1}{2}}^j$ didekati dengan nilai f dari arah kiri, yaitu $f_i^j = n_i^j \alpha_i V_m \left(1 - \frac{n_i^j}{N_m} \right)$. Sebaliknya ketika laju sinyal

bernilai negatif, maka sinyal berjalan dari kanan ke kiri, sehingga nilai $F_{i+\frac{1}{2}}^j$ didekati dengan nilai f dari arah kanan, yaitu $f_{i+1}^j = n_{i+1}^j \alpha_{i+1} V_m \left(1 - \frac{n_{i+1}^j}{N_m}\right)$.

4 Hasil Simulasi

Simulasi numerik model arus lalu lintas dilakukan dengan dua skema, yaitu saat kondisi jalan seragam dan baik ($\alpha = 1$) dan saat kondisi jalan bervariasi ($0,7 \leq \alpha \leq 1$). Untuk setiap skema diberikan kondisi awal kepadatan lalu lintas $n(x, 0)$ yang sama sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 3. Kepadatan di titik awal (0 km) diasumsikan konstan, yaitu sebesar 75 unit/km.

Kecepatan maksimum (v_m) dan kepadatan maksimum (n_m) kendaraan diasumsikan berturut-turut bernilai 60 km/jam dan 250 unit/km. Domain posisi didiskritisasi dengan $\Delta x = 0,2$, sedangkan domain waktu didiskritisasi dengan $\Delta t = 0,0001$.



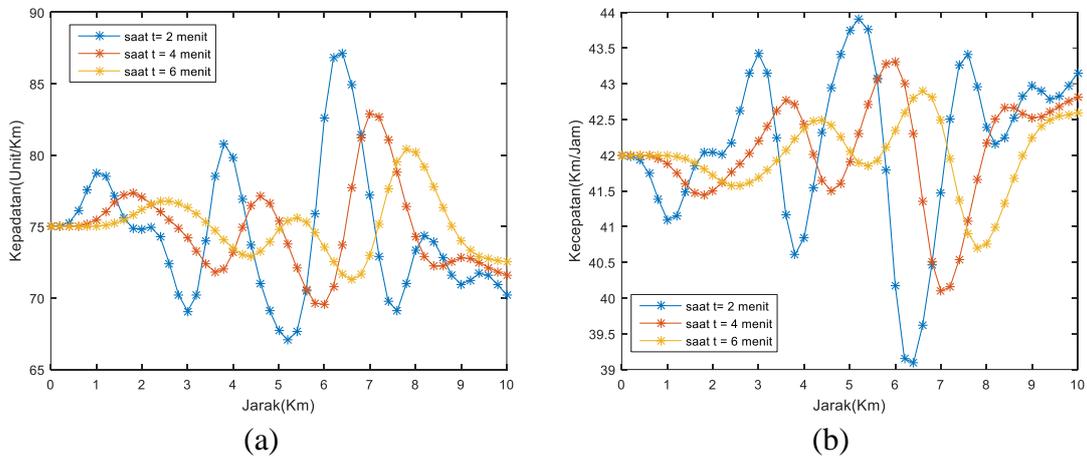
Gambar 3 Kepadatan kendaraan saat $t = 0$

4.1.1 Kondisi Jalan Baik dan Seragam

Simulasi pertama dilakukan untuk kondisi jalan yang seragam dan ideal, yaitu dengan nilai $\alpha = 1$. Pada kasus ini, kondisi jalan baik sehingga tidak mengganggu jalannya lalu lintas. Kendaraan dimungkinkan bergerak mencapai kecepatan maksimum jika jalanan lengang ($n(x, t) = 0$).

Berdasarkan hasil simulasi, diperoleh profil kepadatan dan kecepatan lalu lintas seperti ditunjukkan pada Gambar 4. Pada Gambar 4(a) dapat dilihat bahwa dengan bertambahnya waktu, kepadatan lalu lintas semakin terurai dan stabil. Kondisi ini ditandai dengan semakin berkurangnya jumlah gelombang dan semakin kecilnya amplitudo gelombang. Jika diperhatikan, tampak bahwa kepadatan lalu lintas mendekati nilai 75. Hal ini

disebabkan karena di posisi 0 km kepadatan lalu lintas diasumsikan bernilai konstan, 75 unit/km.



Gambar 4 (a) Profil kepadatan lalu lintas (b) Profil kecepatan lalu lintas untuk $t = 2, 4$ dan 6 menit

Gambar 4(b) menunjukkan profil kecepatan lalu lintas yang berbanding terbalik dengan kepadatannya. Semakin padat suatu lalu lintas, maka kecepatan kendaraan semakin kecil, begitu juga sebaliknya. Meski demikian, kecepatan lalu lintas menunjukkan perilaku yang sama dengan kepadatan lalu lintas, dimana nilainya semakin stabil dan menuju ke suatu nilai tertentu, yaitu: 42 km/jam. Nilai ini dapat dengan mudah kita buktikan dengan menggunakan hubungan antara kecepatan dan kepadatan lalu lintas.

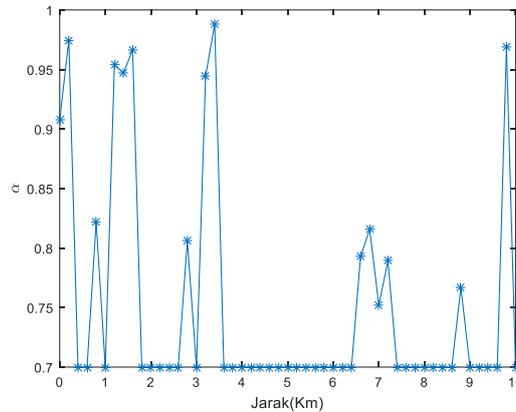
$$v(n) = v_m \left(1 - \frac{n}{n_m} \right)$$

$$v(75) = 60 \left(1 - \frac{75}{250} \right)$$

$$= 42 \text{ km/jam}$$

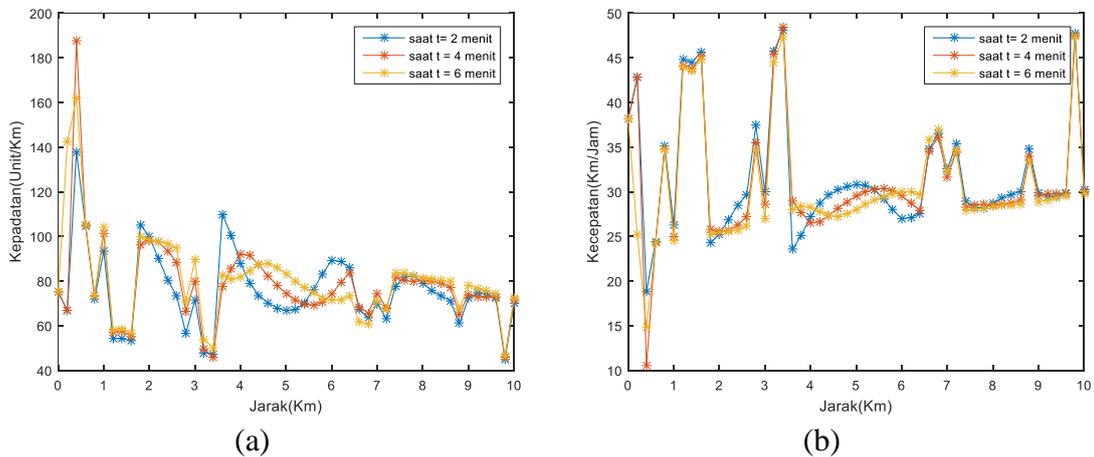
4.1.2 Kondisi Jalan Tidak Seragam

Simulasi kedua dilakukan untuk kondisi jalan yang tidak seragam, yaitu dengan nilai $0,7 \leq \alpha \leq 1$. Sebaran kondisi jalan ditunjukkan pada Gambar 5. Pada kasus ini, kondisi jalan tidak cukup baik dengan tingkat gangguan yang beragam, sehingga mengganggu jalannya lalu lintas. Kondisi ini mengakibatkan berkurangnya kecepatan kendaraan selain karena adanya pengaruh kepadatan lalu lintas.

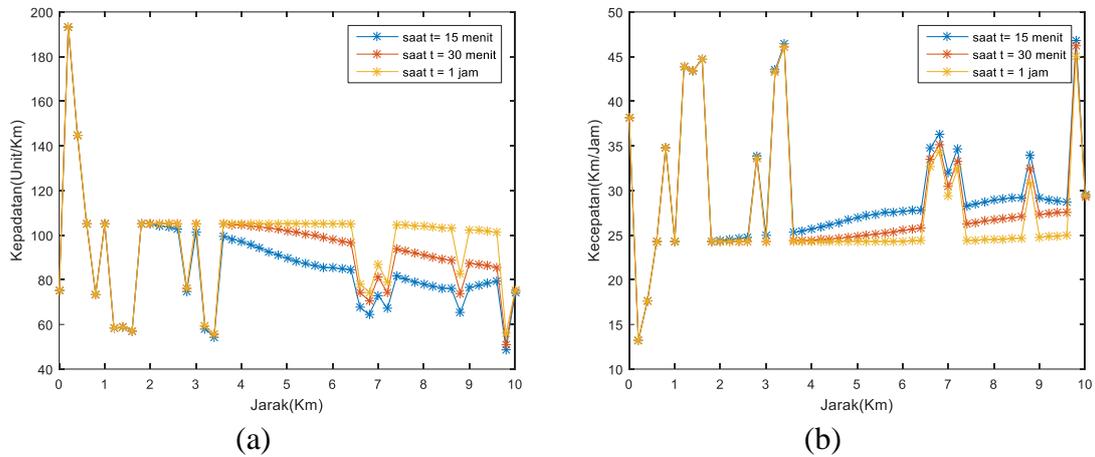


Gambar 5 Sebaran parameter kondisi jalan (α)

Berdasarkan hasil simulasi, diperoleh profil kepadatan dan kecepatan lalu lintas seperti ditunjukkan oleh Gambar 6 dan Gambar 7. Pada Gambar 6(a) dan 7(a) dapat dilihat bahwa kondisi jalan memberikan pengaruh yang sangat signifikan terhadap arus lalu lintas. Seiring berjalannya waktu, kepadatan lalu lintas mendekati nilai tertentu dengan mengikuti pola kondisi jalan. Semakin baik kondisi jalan, maka kepadatan lalu lintas semakin kecil. Hal ini karena kendaraan dapat melaju lebih cepat sehingga tidak terjadi penumpukan kendaraan. Sebaliknya, saat kondisi jalan terganggu maka kendaraan cenderung akan menurunkan kecepatan sehingga terjadi penumpukan kendaraan yang mengakibatkan lalu lintas menjadi padat. Pada kasus ini, kepadatan kendaraan berada di kisaran nilai 80-100 unit/km.



Gambar 6 (a) Profil kepadatan lalu lintas (b) Profil kecepatan lalu lintas untuk kondisi jalan yang beragam saat $t = 2, 4$ dan 6 menit



Gambar 7 (a) Profil kepadatan lalu lintas (b) Profil kecepatan lalu lintas untuk kondisi jalan yang beragam saat $t = 15$ menit, 30 menit dan 1 jam

Seperti pada kasus pertama, Gambar 6(b) dan 7(b) menunjukkan profil kecepatan lalu lintas yang berbanding terbalik dengan profil kepadatannya. Meski demikian kecepatan yang dihasilkan lebih kecil, yaitu di kisaran 25-30 km/jam, yang merupakan dampak dari kondisi jalan.

5 Kesimpulan

Berdasarkan pemaparan di atas, diperoleh kesimpulan bahwa model arus lalu lintas LWR dengan modifikasi model Greenfield mampu menunjukkan pengaruh tingkat kepadatan dan kondisi jalan terhadap arus lalu lintas. Semakin padat suatu lalu lintas, maka kecepatan kendaraan akan semakin kecil. Begitu juga sebaliknya, jika jalanan lengang, maka kendaraan dapat melaju lebih cepat bahkan mencapai kecepatan maksimum. Selain itu, kondisi jalan juga memberikan pengaruh yang sangat signifikan terhadap arus lalu lintas. Pada skema pertama, di mana kondisi jalan baik ($\alpha = 1$) dan seragam serta kepadatan lalu lintas di posisi awal konstan, kepadatan dan kecepatan lalu lintas semakin stabil seiring berjalannya waktu. Hal ini membuktikan bahwa kemacetan pada dasarnya bisa terurai jika kondisi jalan baik dan kepadatan lalu lintas yang masuk di tiap waktu lebih kecil dari tingkat kepadatan di titik macet. Simulasi skema kedua, di mana kondisi jalan bervariasi dengan $0,7 \leq \alpha \leq 1$, menunjukkan bahwa kepadatan lalu lintas sangat bergantung dengan kondisi jalan. Pola kepadatan lalu lintas cenderung menyesuaikan pola kondisi jalan dengan nilai yang berbanding terbalik. Artinya, semakin rendah kondisi jalan, maka tingkat kepadatan lalu lintas semakin tinggi.

6 Daftar Pustaka

- [1] Park, M., Kim, Y. dan Yeo, H., 2019, *Development of an asymmetric car-following model and simulation validation*, IEEE Trans. Intell. Transp. Syst., **21**, pp. 3513-3524.
- [2] Ruan, X., Zhou, J., Tu, H., Jin, Z. dan Shi, X., 2017. *An improved cellular automaton with axis information for microscopic traffic simulation*, Transportation Research Part C: Emerging Technologies, **78**, pp. 63-77.
- [3] Wang, Y., Li, X., Tian, J. dan Jiang, R., 2020, *Stability analysis of stochastic linear car-following models*, Transportation Science, **54**(1), pp. 274-297
- [4] Yan, F., Qiu, J., dan Tian, J., 2022, *An iterative learning identification strategy for nonlinear macroscopic traffic flow model*, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, **604**, 127901
- [5] Van Wageningen-Kessels, F., Lint, H.V., Vuik, K. dan Hoogendorn, S., 2015, *Genealogy of traffic flow models*. EURO J. Transp. Logist., **4**, 445–473.
- [6] Wang, Y., Yu, X., Guo, J., Papamichail, I., Papageorgiou, M., Zhang, L., Hu, S., Li, Y., Sun, J., 2022, *Macroscopic traffic flow modelling of large-scale freeway networks with field data verification: State-of-the-art review, benchmarking framework, and case studies using METANET*, Transportation Research Part C: Emerging Technologies, **145**. 103904
- [7] Lighthill, M.J. dan Whitham, G.B., 1955, *On kinematic waves I: Flood movement in long rivers*, The Royal Society: Proceedings A.
- [8] Lighthill, M.J. dan Whitham, G.B., 1955, *On kinematic waves II: A theory of traffic flow on long, crowded roads*, The Royal Society: Proceedings A.
- [9] Richards, P.I., 1956, *Shock waves on the highway*, Operation Research.
- [10] Pratama, M.I., Firmayasari, D., Rasyid, N.A., dan Harianto, 2021, *Simulasi numerik model matematika arus lalu lintas berbasis fungsi kecepatan Underwood*, Journal of Mathematics, Computations, and Statistics, **4**(1), pp. 9-20.
- [11] Ma, G., Li, K. dan Sun, H, 2023, *Modeling and simulation of traffic flow based on memory effect and driver characteristics*, Chinese Journal of Physics, **81**, pp.144-154
- [12] Sarah, Y., Helmi dan Partiw, W.B., 2019, Penerapan Model Lightwill Whitham Richard (LWR) pada Jalan Tanjungpura Pontianak menggunakan pendekatan merging dan diverging, Buletin Ilmiah Math. Stat. dan terapannya, **8**(2), 297-306.
- [13] Pudjaprasetya, S.R., Bunawan, J. dan Novtiar, C., 2015, *Traffic lights or roundabout? Analysis using the modified kinematic LWR model*, East Asian Journal on Applied Mathematics, **6**(1), pp. 80-88.
- [14] Pudjaprasetya, S.R., 2018, Transport phenomena equations and numerical methods, ITB Press, pp. 70-80.
- [15] Ni, D., 2016, *Traffic flow theory characteristics experimental methods and numerical techniques*, Elsevier Inc.